物流業界の常識を覆す三次元梱包計画アルゴリズム

A 3D Packing Planning Algorithm That Challenges Traditional Practices in the Logistics Industry

大貫 崚 *1 Ryo Onuki　岡部 大輔 *1 Daisuke Okabe　岡本 和也 *1 Kazuya Okamoto　岡本 浩伸 *1 Hironobu Okamoto　辻 祐矢 *2 Yuya Tsuji　伊藤 健一 *2 Kenichi Ito　越村 三幸 *3 Miyuki Koshimura

＊1 先行開発部　＊2 トヨタL&Fカンパニー 物流ソリューション事業室　＊3 九州大学 大学院システム情報科学研究院

要　旨

梱包箱内の充填率が高くなる商品の組合せを高速で決定するために、複数の商品を1つの直方体に近似することで組合せ爆発を抑制しつつ、梱包計画の精度を向上させるアルゴリズムを開発した。最初に考案したアルゴリズムを物流センターへ導入したところ、1日あたり約500［箱］の輸送費削減効果が確認され、最新版アルゴリズムではシミュレーション上で1日あたり約2,000［箱］の輸送費削減効果が見込まれる。

キーワード: 物流、梱包計画、組合せ最適化、SAT

Abstract

To quickly identify the best combination of differently shaped items in a packing box, we developed an algorithm that reduces the complexity of combinations and improves packing accuracy by iteratively merging multiple items into one unit. When tested at a logistics center, the initial algorithm was confirmed to cut transportation costs by approximately 500 boxes daily. The latest version is expected to reduce transportation costs, saving approximately 2,000 boxes per day in simulations.

Keywords: logistics, packing planning, combinatorial optimization, SAT

1 はじめに

1.1 背景

物流センターの輸送費［円］は、梱包箱数［箱］×1箱あたりの輸送料金［円/箱］で決まることがある。そのため、輸送費を削減するためには、輸送する梱包箱数を最少化することが必要であり、1箱あたりの充填率を高めることが不可欠である。そして、充填率を高めるためには、商品同士の形状やサイズを考慮して最適な組合せで梱包することが必要である（図1）。

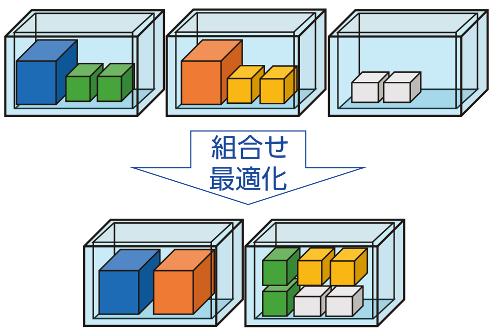

図1 適切な商品組合せによる梱包箱削減
Fig.1 Packing Box Reduction Through Optimized Item Combinations

しかし、多種多様な商品を最適に組み合わせて梱包しようとする場合、組合せパターンは膨大となり、最適解を計算するには膨大な時間を要する。

先行開発部では、トヨタL&Fカンパニー物流ソリューション事業室と協業し、物流センターの出荷プロセス（図2）のうち、自動倉庫に保管された多種多様な形状の商品群のなかから、規定サイズの折り畳みコンテナ（以下、オリコン）へ梱包する商品の組合せを決定するアルゴリズム開発に取り組んだ。

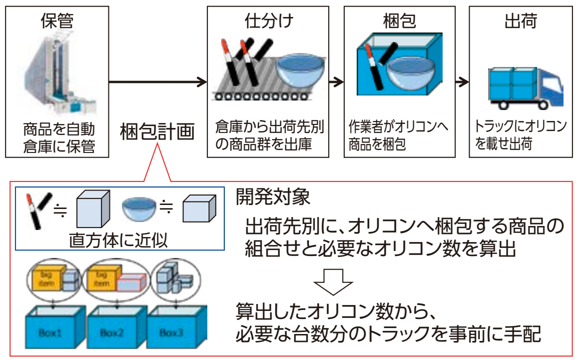

図2 出荷プロセス
Fig.2 Shipping Process

1.2 物流センターの課題

対象の物流センターでは、1日あたり約50,000個の商品を5,000箱超のオリコンに梱包する。すべてのオリコンを出荷するために、「梱包計画」でオリコン数を算出し、トラックを事前手配する。

膨大な量の商品とオリコンの組合せを算出する際に、運営の時間制約上、梱包計画の立案を短時間で行う必要がある。そのため、従来アルゴリズムは計算負荷が少ない簡易的な処理によって梱包計画を行っていた。しかし、図2の梱包計画で従来アルゴリズムが算出した計画オリコン数と実際の梱包で使用したオリコン数を比較すると、計画オリコン数に対して使用したオリコン数が1日あたり約1,500［箱］以上も増加し、輸送費の増加やトラックの追加手配が発生していた。

以下に、従来アルゴリズムのルールを示す（図3）。

No.1 多種多様な形状の商品を直方体に近似し、その直方体の容積の合計値がオリコン容量のしきい値以下であること

No.2 商品間の干渉によるはみ出し（梱包不可）のリスクを低減するために単品で容積が大きい商品同士は同梱しないこと

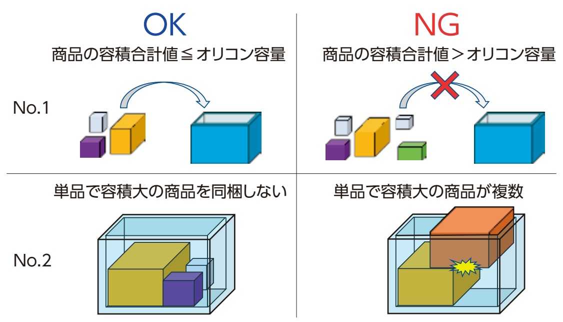

図3 従来アルゴリズムのルール
Fig.3 Rule of the Conventional Algorithm

しかし、従来アルゴリズムでは容積上は同梱可能でも形状的に同梱不可な場合があり、実際の梱包でオリコン追加が発生しやすい課題があった。

1.3 ねらい

本研究の目的は、以下の2点を実現するアルゴリズムを開発することである。

・梱包時のオリコン数を最少化し輸送費を削減
・従来手法と同等の計算時間で梱包計画を立案

2 提案手法

アルゴリズムを開発するにあたり、後述のようなVersion1～3（以下、V1～3）までの段階的なアプローチによって、オリコンへ梱包する商品の組合せを幾何学的に決定するアルゴリズムを開発した。

2.1 前提条件

①商品形状

従来アルゴリズムと同様に、商品を剛体の直方体として近似して計算する。また、各辺の長さは最長辺をL、2番目に長い辺をW、最短辺をHと定義する。

②入力順序

アルゴリズムへの入力は商品容積が大きい順とする。

③終了条件

オリコンの残容量を下回る容積の商品がない場合、アルゴリズムは終了する。

2.2 幾何学V1:1対1で幾何学判定

オリコン内の隅に最大容積の商品（以下、商品1）を梱包後の3つの隙間空間である配置候補に対して、他商品が同梱可能かを1対1（商品1と他商品）で幾何学的な判定を行うアルゴリズムである（図4）。

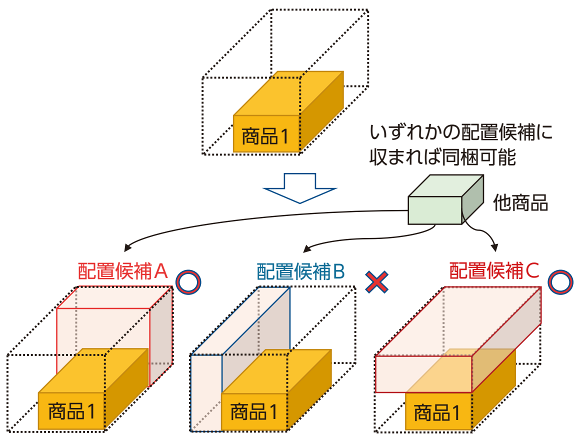

図4 幾何学V1アルゴリズム
Fig.4 The Geometry V1 Algorithm

図4に示す各配置候補の寸法を算出し、いずれかの配置候補に対して他商品の寸法が小さければ、商品1と他商品の同梱を保証する。幾何学的な判定を1対1に絞ることで、組合せ数を削減し、商品の回転を考慮しても高速に梱包計画が可能となる。また、商品1の姿勢を変えると隙間の寸法も変わるため、「自由度」という考えを導入した。自由度とは、商品をオリコンのなかに梱包する際に、商品が取れる姿勢の選択肢の数であり、最大で6通りの直交回転がある。商品の自由度を決定するために、図5の判別式を用いる。

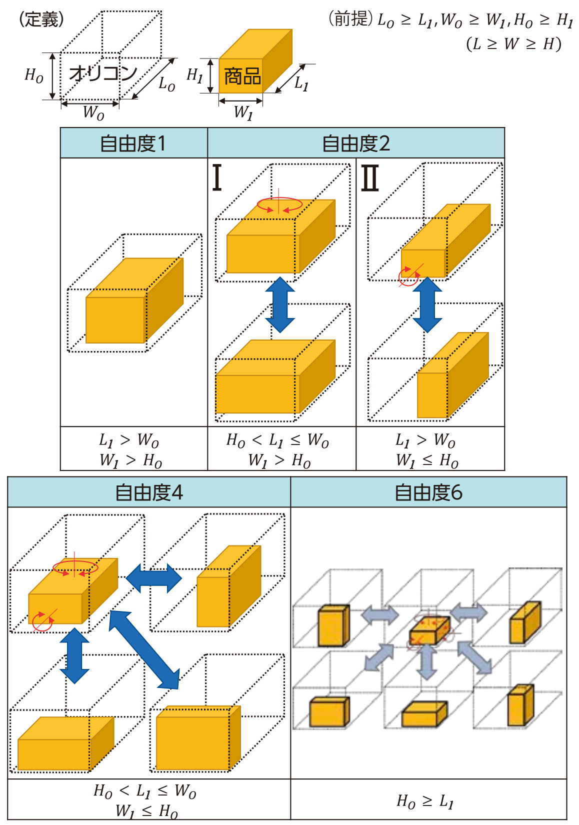

図5 自由度の定義と判別式
Fig.5 Degrees of Freedom Definition and Discriminant Formula

商品1の自由度を算出したのちに、配置候補に対して他商品の寸法が収まるか同梱判定を行う。商品1の自由度が2以上の場合、商品1の姿勢を変えて、配置候補を再度計算し、同梱判定を行う。図6に商品1と2番目に詰める予定の商品（以下、i番目の商品は商品iと表記）が同梱可能であるかを判定するフローチャートを記す。

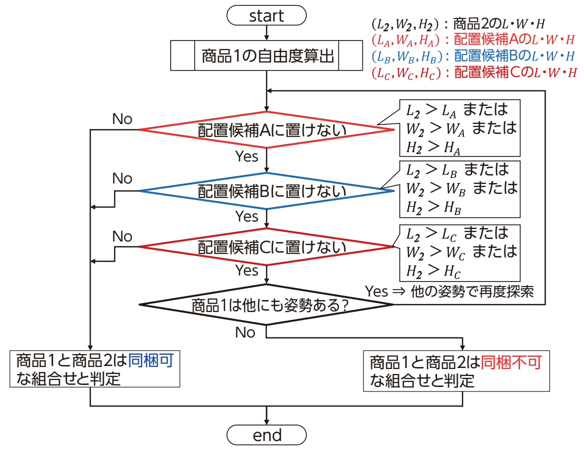

図6 幾何学的同梱判定のフローチャート
Fig.6 Flow Diagram of Geometric Packing Judgment

上記のような幾何学判定をすべての姿勢で計算し同梱不可だった場合は、商品1と商品2は同梱不可な組合せとして判別し、別のオリコンに梱包するように計画する。しかし、幾何学V1は3個目以降の商品を同梱する際に、商品1以外の商品の形状情報は考慮せず、商品1との1対1の幾何学的な判定を行う（図7）。

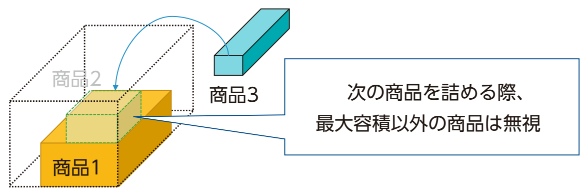

図7 商品1と商品3が1対1で幾何学判定
Fig.7 One-to-one Geometric Judgment

図7では、商品2と商品3の幾何学判定は未考慮になるため、梱包時には同梱不可になる可能性がある。そのため、オリコン内の商品数が増えるほど、梱包時の同梱不可が起こりやすくなる。そこで、幾何学V2を開発した。

2.3 幾何学V2:2対1で幾何学判定

幾何学V2は、幾何学V1をベースに形状情報を考慮する範囲を拡大したアルゴリズムである。複数の商品の形状情報を保持したまま幾何学判定を行う場合、配置候補の数が大幅に増えて計算負荷が増大することが幾何学V1の課題であった。オリコン内の商品数をnとすると、配置候補数は$(2n+1) \times 6^n$となる。そこで、商品1と商品2を同梱後、1つの直方体（以下、近似直方体）に近似することを考えた（図8）。

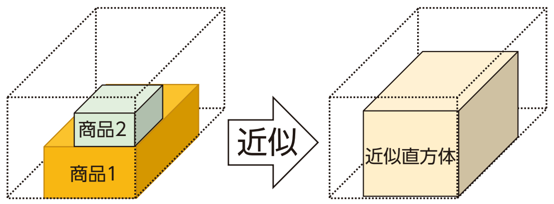

図8 幾何学V2アルゴリズム
Fig.8 The Geometry V2 Algorithm

近似直方体を作成することで、配置候補数を90[%]削減した。あとは幾何学V1と同様に配置候補に対して、近似直方体と次の商品で同梱判定を行えばよい。2つの商品を近似直方体にする際に、さまざまな近似パターンが考えられるが、オリコンの寸法に収まるなかで、近似直方体の容積が最小になるパターンを採用した。この理由は、残りの空間の容積が最大となり充填率の向上が狙えるためである。

このような近似方法を幾何学V1と併せて取り入れることで、幾何学的な同梱判定を1対1から2対1(オリコン内の商品2個に対して、次に詰める商品1個)まで拡大した。そして、さらに同梱判定の範囲を拡大するために、次に述べる幾何学V3を開発した。

2.4 幾何学V3:2m対1で幾何学判定

幾何学V3は、2つの商品を1つの直方体に近似する処理を繰り返すことで、同梱可能を保証する範囲を2m対1(オリコン内の商品2m個に対して、次に詰める商品1個or近似直方体1個;m=1,2,3,...)まで拡大したアルゴリズムとなる(図9)。商品3と商品4をそれぞれ単品でオリコン内の商品1、商品2の近似直方体(緑)と幾何学V1で判定したのち、商品3と商品4の近似直方体(青)を幾何学V2で作成する。そして、近似直方体(緑)と近似直方体(青)に対して幾何学V1で同梱判定を行う。最後に、近似直方体(緑)と近似直方体(青)の近似直方体(ピンク)を幾何学V2で作成する。もし同梱不可だった場合、商品4を除外し次の商品で同梱判定を再度行う。これにより、配置候補の増大を抑制しつつ、商品の同梱可否を幾何学的に判定できる。

あとは幾何学V1と同様に配置候補に対して、近似直方体(ピンク)と残りの商品で同梱判定を行えばよい。

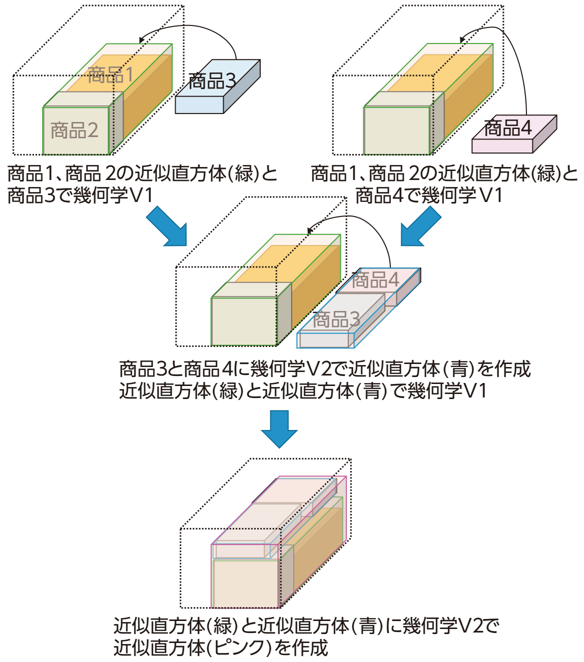

図9 幾何学V3アルゴリズム
Fig.9 The Geometry V3 Algorithm

3 アルゴリズム評価結果

3.1 評価方法

1日分の出荷商品リストを入力として、オリコンに梱包する商品の組合せ解を出力する。すなわち、提案手法では「商品組合せと使用予定オリコン数」を見積もるだけである。そのため、実際に使用するオリコン数の把握は、物流センターで実際に梱包する必要がある。しかし、そのような検証方法は容易にはできない。

そこで、提案手法のアルゴリズム(幾何学V1〜3)が立案した計画の妥当性をシミュレータ上で評価するために、九州大学との共同研究により、梱包判定シミュレータを開発した。このシミュレータは、幾何学V1〜3が出力した"オリコンに梱包する商品の組合せ解"に対し、SAT(Satisfiability)[1]を活用し理論的に梱包可能/不可能を判定し、「使用したオリコン数」を算出できる。SATは与えた論理式が真になる解が存在するかを高速に探索することが可能であるため、商品形状、回転姿勢、オリコン寸法の論理式を制約条件として記述すれば、1日分の出荷商品リストに対しての梱包可能/不可能を数時間で厳密に判定できる。このシミュレータを用いることで、使用したオリコン数を把握できる。

本評価では、(シミュレータ上で)使用したオリコン数から、従来アルゴリズムと幾何学V1〜3の有効性を比較した。

評価に使用する出荷商品リストでは、商品数4個まででオリコンの残余容積が20[%]となる傾向にあるため、幾何学V3においてm=2とし、商品数4個までの近似直方体とした。

3.2 SATの定式化

梱包計画で決めたn個の商品の組合せがオリコン1箱内に梱包可能か不可能かをSATでシミュレーションするための定式化は以下となる。

①変数の定義

- オリコンの実寸法:L_o, W_o, H_o
- 商品iの実寸法:$L_i, W_i, H_i\,(i=1...n)$
- 商品iの回転形態(6通りの直交回転):$rot_i \in \{1,2,3,4,5,6\}$
- 回転考慮後の商品iの寸法:$l_i^{rot}, w_i^{rot}, h_i^{rot}$(表1参照)
- 商品iの位置情報:x_i, y_i, z_i ただし、商品iの位置情報は、直方体の手前左下の(x,y,z)座標である。

表1 回転考慮後の商品iの寸法
Table1 Dimension of Item i After Considering Rotation

rot_i	l_i^{rot}	w_i^{rot}	h_i^{rot}
1:基本姿勢	L_i	W_i	H_i
2:y軸回転	H_i	W_i	L_i
3:x軸回転	L_i	H_i	W_i
4:z軸回転	W_i	L_i	H_i
5:z→y軸回転	H_i	L_i	W_i
6:z→x軸回転	W_i	H_i	L_i

②制約条件

今回、制約条件は以下の2つとなる。

i)オリコン内に商品が収まる

商品iがオリコンのなかに収まることは、以下の式で表現できる(図10)。

$$0 \le x_i \wedge x_i + l_i^{rot} \le L_o \quad \text{式(1)}$$
$$0 \le y_i \wedge y_i + w_i^{rot} \le W_o \quad \text{式(2)}$$
$$0 \le z_i \wedge z_i + h_i^{rot} \le H_o \quad \text{式(3)}$$

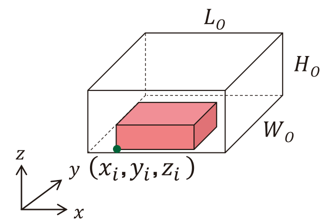

図10「オリコン内に商品が収まる」
Fig.10 "Items Fit in Container"

また、商品は最大で自由度6であるため、それぞれの姿勢の取り方によって、表1のようにl_i^{rot}, w_i^{rot}, h_i^{rot}に代入される寸法が変化する。

ii)商品同士が重ならない

n個の商品同士が重ならない制約は、式(4)となる。任意の商品$i, j\,(1 \le i < j \le n)$の位置情報と商品寸法から重なりを表現する。

$$x_i + l_i^{rot} \le x_j \vee x_j + l_j^{rot} \le x_i \vee$$
$$y_i + w_i^{rot} \le y_j \vee y_j + w_j^{rot} \le y_i \vee$$
$$z_i + h_i^{rot} \le z_j \vee z_j + h_j^{rot} \le z_i \quad \text{式(4)}$$

図11に、(rot_i, rot_j)=(1,4)における商品同士が重ならない制約のイメージを示す。実際の制約条件は(rot_i, rot_j)=(1,1)or(1,2)or...(6,5)or(6,6)で全36通りの組合せごとに論理式が存在する。

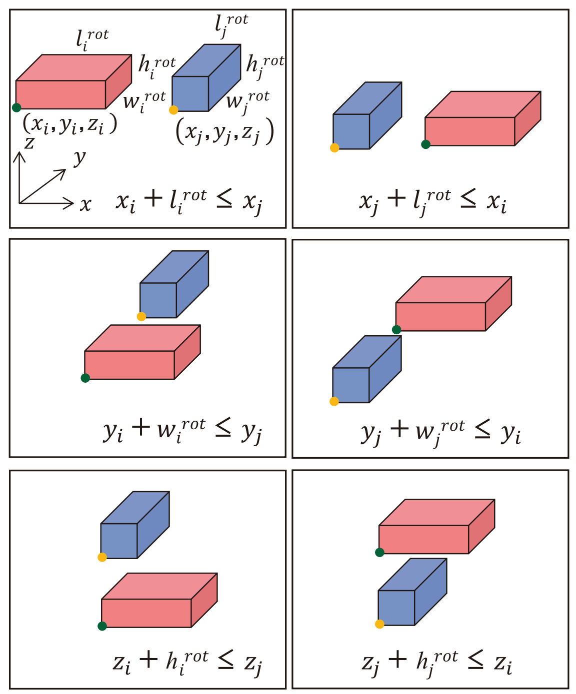

図11「商品同士が重ならない」
Fig.11 "No overlapping of items"

3.3 評価結果

提案手法の性能を評価するために、物流センターの1日分の出荷指示データを使用して、前節の梱包判定シミュレーションを実施した。その結果を以下の図12に示す。

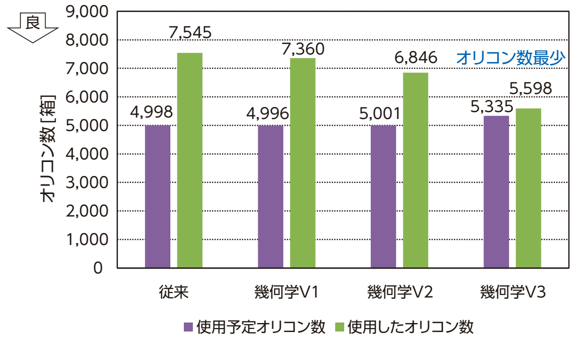

図12 シミュレーション上のオリコン数の比較結果
Fig.12 Comparison Result of Container Number of Each Algorithm

図12の横軸はアルゴリズムの種類を、縦軸はオリコン数を表しており、縦軸の値が小さければ輸送費の観点から良いと判断できる。また、図内の棒グラフは2種類あり、紫棒は梱包計画時の使用予定オリコン数を、緑棒はシミュレーション上で使用したオリコン数を表している。図12の結果から、幾何学V3が使用したオリコン数が最少であることから最も効果が大きいアルゴリズムであると判断できる。また、図12内の従来アルゴリズムと幾何学V3の使用したオリコン数（従来:7,545箱、幾何学V3:5,598箱）を比較すると、1日あたり約2,000［箱］のオリコンを削減でき、大幅な輸送費削減が期待できる。

次に、1日分の出荷指示データを入力したときの各アルゴリズムの計算時間を図13に示す。アルゴリズムの計算時間を測定するにあたり、各アルゴリズムで3回ずつ計算時間を測定した。なお、評価で使用したPCは一般的なスペックである（表2）。

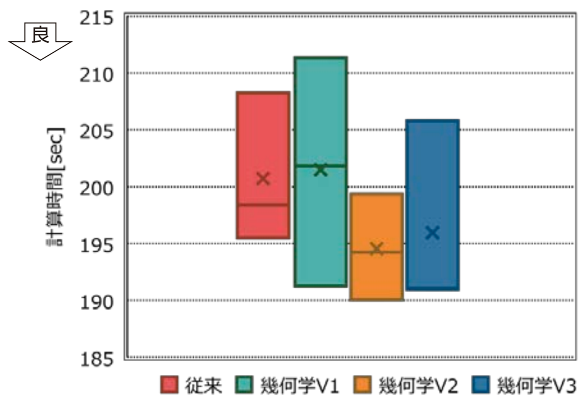

図13 各アルゴリズムの計算時間の比較結果
Fig.13 Comparison of the Computation Time of Each Algorithm

表2 PCのスペック表
Table2 PC Specification Table

CPU	13th Gen Intel(R) Core(TM) i5-1345U 1.60 GHz
GPU	Intel(R) Iris(R) Xe Graphics
RAM	16.0 GB
OS	Windows 11 Enterprise 22H2
言語	Python 3.12.2

以上の図12と13の結果から、従来アルゴリズムと同等の計算時間で、従来アルゴリズムよりも使用するオリコン数を低減し、大幅な輸送費の削減が期待できるアルゴリズムを作成できたことを確認した。

4 まとめ

本報告では、以下の2点を満たすアルゴリズムの開発が目的であった。

・梱包時のオリコン数を最少化し輸送費を削減
・従来手法と同等の計算時間で梱包計画を立案

これに対し、評価結果から、上記のすべての項目を満たす幾何学V3を開発した。

幾何学V1と本報告では未紹介のアルゴリズムを組合せたアルゴリズムは既に物流センターへ導入済みであり、平均で1日あたり約500［箱］の輸送費削減効果が確認され、大幅な輸送費の削減が実現できた。さらに、シミュレーションの結果では、幾何学V3は従来アルゴリズムに比べて1日あたり約2,000［箱］の輸送費削減効果が期待される。今後は、幾何学V3が物流センターへ導入されることで、さらなる輸送費の削減に寄与できると考える。

■参考文献

[1] 番原睦則, 鍋島英知, 森畑明昌（編）: "特集「SAT技術の進化と応用～パズルからプログラム検証まで～", 情報処理, Vol.57, No.8, pp.702-737, (2016)

■著者紹介■


大貫 崚

岡部 大輔

岡本 和也

岡本 浩伸

辻 祐矢

伊藤 健一

越村 三幸